

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 12

Primavera 2022

Integrales impropias

1. Calcula la integral impropia de primera especie, o muestra que diverge:

$$(a) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+5x)}.$$

$$(b) \int_{\ln 2}^{\infty} \frac{e^{-x}}{1-e^{-2x}} dx.$$

$$(c) \int_0^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx.$$

$$(d) \int_{-\infty}^0 xe^{2x} dx.$$

$$(e) \int_{-\infty}^{\infty} |x| e^{-x^2} dx.$$

$$(f) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3|x-2|} dx.$$

2. Calcula la integral impropia de segunda especie, o muestra que diverge:

$$(a) \int_0^1 x \ln(x) dx.$$

$$(b) \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1-\operatorname{sen}(x)}.$$

$$(c) \int_0^1 \frac{e^x}{e^x - 1} dx.$$

$$(d) \int_0^1 \frac{4r}{\sqrt{1-r^4}} dr.$$

$$(e) \int_1^{\cosh(t)} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}, \quad t \geq 0.$$

$$(f) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|x-1|}}.$$

$$(g) \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x-a}\sqrt{b-x}}, \quad a < b \text{ dados.}$$

3. Calcula la integral impropia de tercera especie, o muestra que diverge:

(a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$.

(b) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-x}}} dx$.

4. Demuestra que

$$\int_0^1 (\ln x)^n dx = (-1)^n n!$$

5. Deduce cuál debe ser el valor de la constante A para el cual converge la siguiente integral impropia. ¿A qué valor converge la integral?:

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{x}{2x^2+1} - \frac{A}{x+1} \right) dx.$$