

Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para el Laboratorio 9

1. Sea $f(x) = 3x + |x|$ y $g(x) = 3x/4 - |x|/4$. Demuestra que no existen $f'(0)$ ni $g'(0)$ y sin embargo si existe la derivada de $(f \circ g)(x)$ en $x = 0$.
2. Determinar los puntos de la curva $x^2 + y^2 = 4x + 4y$ en los que la recta tangente es horizontal.
3. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $\sin(xy) + \cos(y) = 2x^3 + 3x^2$ en el punto $(0, \frac{\pi}{2})$
4. Sea $f(x)$ una función tal que $-x^2 \leq f(x) \leq x^2$ para toda $x \in \mathbb{R}$. Demuestra que $f(x)$ es derivable en cero y que $f'(0) = 0$.
5. Un derrame de aceite adopta una forma circular y tiene un espesor de $\frac{1}{50}$ *pies*. Si el aceite se está escapando a razón de $40 \text{ pies}^3/\text{min}$, ¿a qué razón está aumentado el radio de la mancha de aceite cuando el radio es de 50 pies ?
6. Supón que $f'(a)$ existe. Demuestra que

$$f'(a) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a - k)}{k}.$$

7. Prueba que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función diferenciable e impar, entonces $f' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función par.