Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para los Laboratorio 10 y 11

1. Encontrar los valores mínimo y máximo globales de la función $f(x) = x^3 + x^2 - x$ en el intervalo $[-2, 2]$

2. Encontrar los puntos críticos de $f(x) = \sin^2 x$.

3. Demostrar que la función $f(x) = x^5 + 2x^3 + 4x - 12$ tiene exactamente un cero real.

4. Bajo que condiciones la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es estrictamente creciente.

5. Supongamos que la función f es es continua en $[a, b]$ y que $f'(x) = 1$ para toda $x \in (a, b)$. Demuestra que $f(x) = x - a + f(a)$ para toda $x \in [a, b]$.

6. Usa el teorema de Rolle para demostrar que si cualquier polinomio de cuarto grado tiene a lo más cuatro raíces reales, entonces todo polinomio de grado cinco tiene a lo más 5 raíces reales.

7. Verifica que la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$ es estrictamente creciente.

8. Demuestra que si $f(0) = g(0)$ y si $f'(x) \leq g'(x)$ para todo $x \geq 0$, entonces $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \geq 0$.

9. Sea $f(x) = x^3 \sin(1/x)$ para $x \neq 0$ y que $f(0) = 0$.

   (a) Prueba que $f'(x)$ es continua en $x = 0$ y que $x = 0$ es un punto crítico de f.

   (b) Prueba que f no tiene mínimo ni máximo local en $x = 0$

10. Un hombre sobre un bote de remos esta situado en un punto P, a una distancia de 5 Km en línea recta de un punto A sobre la costa. El hombre desea llegar a un punto B sobre la costa que esta a 6 Km del punto A en el menor tiempo posible. Determinar el camino que debe seguir sabiendo que puede remar a una velocidad de 2 Km por hora y caminar a una velocidad de 4 Km por hora.

11. Dos trenes estan viajando en vias que se cortan en ángulo recto. El tren A se aproxima al punto de interseccion a una velocidad de 221 km/hr . El tren B se aleja de la intersección a una velocidad de 241km/hr. ¿A que razón está cambiando la distancia entre los dos trenes cuando A se encuentra a 2.5 km de la intersección y B está a 6km de la interseccion?

12. Un artículo que apareció en una revista de sociología indica que si un programa de salud se inicia, entonces t años después de iniciado , n miles de personas reciben beneficios directos, donde $n = \frac{t^3}{3} - 6t^2 + 32t$ para $0 \leq t \leq 12$.¿Para que valor de t se obtiene el mayor número de beneficiados?

13. Encuentra los valores extremos de la siguientes funciones:

    a) $f(x) = -\sqrt{5 - x^2}$ para $-\sqrt{5} \leq x \leq 0$

    b) $g(x) = x^{\frac{1}{3}}(x - 4)$ para x en R

    c) $h(x) = \frac{3}{4}(x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$ para $0 \leq x < \infty$

14. Obtenga el número positivo para el cual la suma de su recíproco con cuatro veces su cuadrado sea lo más pequeña posible.

15. Suponga que f es dos veces diferenciable en el intervalo $[0, 2]$, y que $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $f(2) = 4$. Mostrar que existe $x_0 \in (0, 2)$ tal que $f''(x_0) = 0$.