

Cálculo Diferencial e Integral III. Otoño 2021  
Segundo examen parcial departamental

**Instrucciones:**

- i) Escribe tu NOMBRE y CU en la primera hoja de las respuestas.
- ii) No se permite usar calculadoras.
- iii) Cada pregunta vale lo mismo (1/5 cada una).
- iv) Tendrás 10 minutos adicionales para preparar y enviar las respuestas a tu profesor, por lo que debes enviar las soluciones a más tardar a las 21:10.

**Duración: 2 horas**

1. Encuentra los puntos críticos y determina su naturaleza para la función

$$f(x, y) = 9xy + 7x^2y - 3xy^2.$$

2. Encuentra un vector  $\mathbf{v}$  tal que la derivada direccional de  $f$  en el punto  $(1, 1)$  en la dirección de  $\mathbf{v}$  se anula, si  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ .
3. Si  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  está dada por  $f(x, y, z) = (x^2 + 2y + 1)e^z$ , encuentra la aproximación cuadrática de  $f$  centrada en el punto  $(0, 0, 0)$ .
4. Encuentra todos los valores de  $c \in \mathbb{R}$  para los cuales la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & c & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

es definida negativa.

5. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  diferenciable tal que  $f(3, 2) = 3$  y  $\nabla f(3, 2) = (5, -8)$ . Dada la curva en el plano  $xy$  descrita por la ecuación  $x - xy + f(x, y) = 0$ , encuentra un vector tangente a dicha curva en el punto  $(3, 2)$ .