

Segundo Examen Departamental
Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
12 de noviembre de 2021

Duración:
19:00 a 21:15 hrs

Lee cuidadosamente las instrucciones:

1. Envía tus respuestas en formato pdf. En la primera hoja escribe tu nombre y C.U.
2. Presenta tus soluciones en el orden de numeración de las preguntas.
3. Contesta con claridad y limpieza.
4. Simplifica tus respuestas en la medida de lo posible.
5. Muestra el trabajo completo y detallado. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.
6. Tendrás 15 minutos adicionales para preparar y enviar las respuestas a tu profesor, por lo que debes enviar las soluciones a más tardar a las 21:30 hrs.

Aviso importante:

El profesor se reserva el derecho de llamar a consulta a todos los alumnos sospechosos de haber cometido fraude de cualquier tipo durante el examen, para aclarar que el alumno es responsable de todos sus procedimientos.

Cálculo Diferencial e Integral II
Segundo Examen Departamental

1. **(1.5 ptos.)** Calcula el siguiente límite, o demuestra que no existe:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \int_{\pi/2}^{\arctan x} \operatorname{sen}(t^2) dt.$$

2. **(1.5 ptos.)** Determina

$$\int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) dx.$$

3. **(1.75 ptos.)** Usando el cambio de variable indicado, determina la siguiente integral:

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x (\tan^2 x - \tan^3 x)}, \quad u = \tan x.$$

4. **(1.75 ptos.)** Usando una sustitución trigonométrica, determina la siguiente integral:

$$\int x \sqrt{10x - x^2} dx.$$

Sugerencia para 4: completa cuadrados.

5. Sea $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 8}}$.

(a) **(0.75 ptos.)** Determina el dominio D de f y justifica que $\int_2^4 f(x) dx$ es una integral impropia.

(b) **(1.25 ptos.)** Demuestra que

$$\lim_{\alpha \rightarrow 2} \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{2\alpha} f(x) dx = 1.$$

6. **(1.5 ptos.)** Calcula o utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la siguiente integral impropia de tercera especie converge o diverge:

$$\int_0^{\infty} \frac{4}{\sqrt{x}(x+6)} dx.$$