CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
Laboratorio 14
Otoño 2021
Ejercicios de repaso

1. Calcula los siguientes límites:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-e^{-x^2}}{\int_0^x xe^{-t^2}\,dt}$.

   (b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x3^{2/x} - x\right)$

2. Deduce cuál es el valor de la constante c tal que $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{cx}{cx+1}\right)^x = 9$.

3. Determina las siguientes integrales:

   (a) $\displaystyle\int \cos\left(\sqrt{3x+4}\right)\, dx$.

   (b) $\displaystyle\int_0^{\ln(2)} \sqrt{1+\cosh(2x)}\, dx$.

   (c) $\displaystyle\int \sqrt{e^{2x}-9}\, dx$.

   (d) $\displaystyle\int \sqrt{4x^2+4x+10}\, dx$.

   (e) $\displaystyle\int \frac{x^4+2x^2-2}{x^3+2x}\, dx$.

   (f) $\displaystyle\int \frac{4e^{-x}}{2-e^x}\, dx$. Usa la sustitución $u = e^x$.

4. Calcula las siguientes integrales impropias:

   (a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x}+9}\, dx$.

   (b) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{e^x+e^{2x}}$.

   (c) $\displaystyle\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$.

5. Determina los valores de $a>0$ y c de tal modo que

$$\int_1^{\infty} \frac{(c-a)\,x+a}{x\,(2x+a)}\, dx = 1.$$

6. Utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la integral impropia converge o diverge:

   (a) $\displaystyle\int_4^{\infty} \frac{1}{\ln(x^3)-1}\, dx.$

   (b) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dt}{e^{3t}-e^{-3t}}.$

   (c) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\operatorname{arcsen}(x)}{x^{1/2}} dx.$

   (d) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sec^2 x}{x\sqrt{x}}\, dx.$

   (e) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\arctan(x)}{x^{3/2}} dx.$

7. (a) Calcula, si existe, el límite $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left[x^2\arctan\left(\frac{1}{x^2}\right)\right].$

   (b) Usa el inciso anterior para estudiar la naturaleza de la siguiente integral impropia:

$$\int_1^{\infty} \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) dx.$$