

1. Determinar las siguientes integrales

- $\int \frac{t\sqrt{t} + \sqrt{t}}{t^2} dt$
- $\int \frac{x}{(x-1)^3} dx$
- $\int \frac{x^3}{x-1} dx$
- $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
- $\int_{-1}^2 |x(x-2)| dx$

2. Resolver los siguientes problemas de valor inicial (PVI)

- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, y(4) = 0$
- $\frac{ds}{dt} = 1 + \cos t, s(0) = 4$

3. Si $\int_{-1}^4 f(x) dx = 5$, $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ y $\int_2^4 g(x) dx = -1$ calcular

- $\int_2^4 (7f(x) + \sqrt{2}g(x)) dx$
- $\int_2^4 (-5f(x) + 2x) dx$

4. Determinar

-
-

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} \frac{du}{u + \sqrt{u^2 + 1}}$$

$$\frac{d}{dx} \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \sin(t^2) dt$$

5. Determina el área de la región limitada por la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $x + y = 6$.

6. Determina el área de la región limitada por las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ y la recta $x = 4$.

7. Demostrar que si f es integrable en el intervalo $[-r, r]$ entonces

7.1 Si f es una función par, entonces $\int_{-r}^r f(t) dt = 2 \int_0^r f(t) dt$.

7.2 Si f es una función impar, entonces $\int_{-r}^r f(t) dt = 0$.

8. Sea

$$T(x) = \int_0^x \frac{ds}{1+s^2}$$

Demuestra que $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función creciente y 0 es su único punto de inflexión.

9. Sea f una función continua en $[-a, a]$, mostrar que

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a (f(x) + f(-x)) dx.$$

10. Encuentra una función f tal que para cualquier $x \in \mathbb{R}$ se cumpla

$$\int_0^x f(t)dt = \frac{\cos x}{1+x^2} - 1.$$