

Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para el Laboratorio 7

1. Sea $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 3 - x & \text{si } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Muestra que f toma todos los valores entre 0 y 2 exactamente una vez, pero no es continua. ¿Esto contradice al teorema del valor intermedio?

2. La gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ pasa por el punto $(1, 3)$ y es tangente a la recta $y = 2x$ en el origen. Determina los valores de a, b y c .
3. Determina la ordenada y la abscisa al origen de la recta perpendicular a la gráfica de $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$ en el punto $(1, 2)$
4. Sean f y g dos funciones derivables con los siguientes valores:

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
2	4	2	$1/3$	-1
3	-3	-4	2π	$5/2$

Determine las derivadas con respecto a x de las siguientes combinaciones en el valor dado de x :

- (a) $f(x) \cdot g(x)$, $x = 2$
- (b) $f(x)/g(x)$, $x = 3$
- (c) $1/f(x)$, $x = 2$
- (d) $g(x)/f(x)$, $x = 3$
5. Si $f(1) = 2$ y $f'(1) = -3$ calcula el valor de la derivada de $g(x) = (x^5 + f(x))^{-2}$ en el punto $x = 1$.

6. Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x > 0 \\ x^2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

¿Es f diferenciable? ¿Es f continua?