

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Cálculo Diferencial e Integral I

Examen departamental 1

20 de mayo de 2021

Total Tiempo de resolución, 2 horas. Examen individual y sin poder ayudarse de libros, apuntes ni dispositivos electrónicos o cualquier otra ayuda.

Nombre _____ . CU _____ .

JUSTIFICA CON DETALLE CADA UNA DE TUS RESPUESTAS

- (1pto) Encuentra y verifica claramente las asíntotas horizontales y verticales de la función $f(x) = \frac{3x^2 - 4x - 4}{2x^2 - 8}$.
- (1pto) Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{(1-x)^2}$ y luego prueba usando la definición con M y δ que tu límite es correcto.
- (1.25ptos) Una compañía puede fabricar x artículos a un costo $C(x)$ miles de pesos, el ingreso de las ventas es de $R(x)$ miles de pesos y la utilidad $P(x) = R(x) - C(x)$ miles de pesos. Encuentra dC/dt , dR/dt , dP/dt si se tiene que $x = 2$, $dx/dt = 0.1$ y las funciones están definidas por $R(x) = 9x$, $C(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$.
- (1pto) Si $a, b, c \in \mathbb{R}$, prueba que si $b^2 - 3ac < 0$ con $a \neq 0$, entonces la ecuación cúbica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ tiene **exactamente una raíz**.
- (1.25ptos) Sea $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función con dominio $\mathbb{R} - \{-1\}$ definida por
$$F(x) = \int_1^{x^2} \left(\frac{1}{1+t} + \frac{f(t)}{1+t^2} \right) dt,$$
 donde f es una función continua y positiva en todo \mathbb{R} . Pruebe que F tiene un único extremo y determina si es máximo o mínimo.
- (1.5ptos) Determina la pendiente m de la recta $y = mx$ que divide el área por debajo de la gráfica $f(x) = x(1-x)$ en $[0,1]$ en dos regiones de exactamente la misma área.
- (1.5ptos) Calcula $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} dx$
- (1.5ptos) Calcula $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{10}} x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$