

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Cálculo Diferencial e Integral I

Examen departamental 3

7 de mayo de 2021

Tiempo total de resolución, 2 horas. Examen individual y sin poder ayudarse de libros, apuntes ni dispositivos electrónicos o cualquier otra ayuda.

Nombre _____ . CU _____ .

JUSTIFICA CON DETALLE TODAS TUS RESPUESTAS

- (1pto.) Sea f es una función que satisface $f(3) = 8$ y $f'(3) = 4$. Usa esta información para aproximar $f(3.08)$.
- (1pto.) De todos los rectángulos de diagonal $6\sqrt{2}$ encuentra las dimensiones del rectángulo con mayor perímetro.
- (1.25 pto.) Sea f una función continua en $[0,2]$ y dos veces diferenciable en el intervalo $(0,2)$ tal que $f(0) = 0, f(1) = 2, f(2) = 4$. Mostrar que existe $c \in (0,2)$ con la propiedad de que $f''(c) = 0$.
- (1.5 ptos.) Calcula y justifica claramente quienes son los puntos críticos de la función, indica si hay máximos o mínimos $f(x) = x|x^2 - 9|$ con $x \in [-4,2]$.
- (2.25 ptos.) Dibuja un esquema lo más preciso posible de una función f con las siguientes propiedades:
 - Dominio $\mathbb{R} - \{-1,1\}$, asíntotas oblicua $y = x$, verticales $x = -1, x = 1$
 - $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty,$
 - La primera derivada es $f'(x) = \frac{(x^2-4)}{(x^2-1)^2}$ (justifica crecimientos, extremos e inflexión)
 - Pasa por los puntos $(0,0), (-2, -3)$ y $(2,3)$.
- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable. Calcula las derivadas de las siguientes funciones (en función de f y de f')
 - (1.5ptos.) $F(x) = \int_0^{3x^2} f(t) \cos(t + 1) dt.$
 - (1.5ptos.) $F(x) = \int_{2f(x)+x}^{10} \text{sen}(t) dt$