

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Cálculo Diferencial e Integral I

Examen departamental 1

26 de marzo de 2021

Total Tiempo de resolución, 2 horas. Examen individual y sin poder ayudarse de libros, apuntes ni dispositivos electrónicos o cualquier otra ayuda.

Nombre _____ . CU _____ .

De los ejercicios 1 a 5 escoge **solo 4** (c/u 1.5ptos).

Los ejercicios **6 y 7 son obligatorios**(c/u 2ptos).

PARA ESCOGER CUATRO (1.5ptos c/u) MARCA LOS QUE ESCOGES.

1. Calcula $\left(\frac{f}{\sqrt{f \circ g^2}}\right)'(1)$, si $g(1) = 2, g'(1) = 2, f(4) = 5,$
 $f'(4) = 3, f'(1) = 0, f(1) = 1$
2. Calcula $\frac{dy}{dx}$ usando la ecuación $\cos(x - y) = y$.
3. Sea $f(x) = \begin{cases} b & \text{si } x < a \\ b + (x - a)^n & \text{si } x \geq a \end{cases}$.
 - a. Pruebe que f es continua en todo su dominio.
 - b. ¿Para qué valores de n la función **no** es derivable en $x = a$?
4. Prueba formalmente (con la definición de ε y δ) que la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ es continua en $x_0 = 1$.
5. Calcula $\frac{dy}{dx}$ en el punto (1,1) usando la ecuación $\sin(g(y)) = xg'(x)$, si $g(1) = \pi, g'(1) = 3, g''(1) = 0$.

EJERCICIOS OBLIGATORIOS (2 ptos c/u)

6. Sea $f: [0,2] \rightarrow [0,2]$ una función continua. Prueba que existe un punto $c \in (0,2)$ tal que $f(c) + \frac{3}{4} = c(c + 1)$.
7. Pepito y Chuchito están en unas lanchas en el centro de un lago. En el instante $t = 0$, Pepito empieza a desplazarse hacia el Sur a una velocidad de 5 metros por minuto. Un minuto después Chuchito se va hacia el Este a una velocidad de 6 metros por minuto. ¿Con qué rapidez en metros por minuto está aumentando la distancia entre ellos 2 minutos después de que Pepito se empezó a desplazar?