

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 3

Otoño 2021

Integral por sustitución

1. Determina las siguientes integrales indefinidas:

(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$.

(b) $\int \frac{dx}{\cos^2 x (2+\tan x)^5}$.

(c) $\int \sqrt{\frac{x-1}{x^5}} dx$. Sugerencia: $\sqrt{\frac{x-1}{x^5}} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1-\frac{1}{x}}$.

(d) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$.

2. Calcula las siguientes integrales usando el teorema del cambio de variable para integrales definidas (haz una sustitución y cambia los límites de integración):

(a) $\int_{\pi/2}^{\pi} \operatorname{sen} |\pi - 2x| dx$.

(b) $\int_{-1/3}^0 x\sqrt{1+3x} dx$.

3. Demuestra que si f es continua en el intervalo $[a, b]$ y $\lambda \neq 0$ es una constante, entonces:

(a) $\int_a^b f(x) dx = \int_{a+\lambda}^{b+\lambda} f(x-\lambda) dx$.

(b) $\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{\lambda} \int_{\lambda a}^{\lambda b} f\left(\frac{x}{\lambda}\right) dx$.

4. Sea f continua en $[a, b]$. Demuestra que

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \int_0^1 f(a+(b-a)x) dx.$$

5. Sea f continua en $[-a, a]$. Demuestra que

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a [f(x) + f(-x)] dx.$$

6. Sean g diferenciable en \mathbb{R} , f continua en \mathbb{R} y

$$h(x) = x^2 \int_{g(x)}^{g(x^3)} f(t) dt.$$

- (a) Justifica que h es diferenciable y calcula su derivada.
- (b) Si f y g son impares, justifica si h es una función par, una función impar, o ninguna de éstas.