Cálculo Diferencial e Integral I

Ejercicios para el Laboratorio 2

1. (a) Encuentra la mayor $r > 0$ tal que $|x - 3| < r \Longrightarrow |2x - 4| < 4$

   (b) Encuentra la mayor $r > 0$ tal que $|x - 3| < r \Longrightarrow |6 - 2x| < t$

   (c) Determina r en función de t (como mínimo de dos cantidades) tal que $|2x - 4|\,|6 - 2x| < t$

2. Grafica las funciones dadas y obtén, si existe, el valor del límite.

   (a) $f(t) = \dfrac{t^2 - 4}{t - 2}$, $\lim\limits_{t \to 2} f(t)$

   (b) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 1}$, $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

   (c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 1 \\ 5 & x = 1 \\ (x-2)^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$, $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

   (d) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ 1 - x^2 & x > 0 \end{cases}$, $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

3. Encuentra valores $\epsilon > 0$ a partir de los cuales las siguientes implicaciones son válidas:

   (a) $0 < |x - 3| < 0.1 \Rightarrow |x^2 - 9| < \epsilon$

   (b) $0 < |x + 1| < 0.02 \Rightarrow \left|\dfrac{1}{x} + 1\right| < \epsilon$

   Explica gráficamente los resultados obtenidos.

4. Escribir las siguientes funciones como la composición de funciones y determinar su dominio.

   i) $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{2 - x}}$ *ii)* $g(x) = (x^2 + 4)^{3/2}$

5. Grafica la función $f(x) = 2\cos(3x - \pi)$.

6. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 2, & |x| \leq 1, \\ -a, & 1 < |x| \leq 2, \\ bx, & x > 2, \end{cases}$$

Determinar los valores de las constantes a y b de tal forma que existan los límites

$$\lim_{x \to 1} f(x), \quad \lim_{x \to 2} f(x)$$

y graficar $f(x)$.