

Segundo Examen Departamental  
Cálculo Diferencial e Integral II  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
23 de abril de 2021

**Duración total (resolución y entrega):**  
**20:00 a 22:15 hrs**

Lee cuidadosamente las instrucciones:

1. Envía tus respuestas en formato pdf. En la primera hoja escribe tu nombre y C.U.
2. Presenta tus soluciones en el orden de numeración de las preguntas.
3. Simplifica en la medida de lo posible.
4. Contesta con claridad y limpieza.
5. Muestra el trabajo completo y detallado. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.
6. No está permitido el uso de formularios de integrales.

**Aviso importante:**

El profesor se reserva el derecho de llamar a consulta a todos los alumnos sospechosos de haber cometido fraude de cualquier tipo durante el examen, para aclarar que el alumno es responsable de todos sus procedimientos.

Cálculo Diferencial e Integral II  
Segundo Examen Departamental

1. Calcula, si existe, el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ 1 + \int_0^{2x} \cosh(t^2 + \ln 3) dt \right]^{1/x}.$$

Simplifica tu respuesta.

2. Usa una sustitución trigonométrica para determinar  $\int \frac{x^3}{(x^2 + 9)^{3/2}} dx$ .  
Expresa la respuesta en términos de funciones algebraicas.

3. Sea  $a$  una constante positiva. Demuestra que

$$\int_0^{\pi/(4a)} \frac{x}{\cos^2(ax)} dx = \frac{1}{2a^2} \left( \frac{\pi}{2} - \ln 2 \right).$$

4. Determina los valores de  $a > 0$  y  $c$  de tal modo que

$$\int_1^{+\infty} \frac{(c-a)x+a}{x(2x+a)} dx = 1.$$

5. (a) Calcula, si existe, el límite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x^2 \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) \right]$ .

(b) Estudia la naturaleza de la siguiente integral impropia:

$$\int_1^{+\infty} \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) dx.$$

Sugerencia para 5(b): utiliza 5(a).

6. Determina para qué valores de  $p \in \mathbb{R}$  converge  $\int_0^1 \frac{\sen x}{x^p} dx$ .

**Cada pregunta tiene el siguiente valor:**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5(a)</b>	<b>5(b)</b>	<b>6</b>
1.75	1.75	1.75	1.5	1	1	1.25