

Primer Examen Departamental
Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
5 de marzo de 2021

Duración total (resolución y entrega):
20:00 a 22:15 hrs

Lee cuidadosamente las instrucciones:

1. Envía tus respuestas en formato pdf. En la primera hoja escribe tu nombre y C.U.
2. Presenta tus soluciones en el orden de numeración de las preguntas.
3. Contesta con claridad y limpieza.
4. Muestra el trabajo completo y detallado. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.

Aviso importante:

El profesor se reserva el derecho de llamar a consulta a todos los alumnos sospechosos de haber cometido fraude de cualquier tipo durante el examen, para aclarar que el alumno es responsable de todos sus procedimientos.

Cálculo Diferencial e Integral II
Primer Examen Departamental

1. Sea $f(x) = 2^{-x} - \int_0^{\arcsen x} \sqrt{1 + \sen^6 t} dt$, $x \in [-1, 1]$.
- (a) Justifica que f es diferenciable en su dominio.
 - (b) Determina la derivada de f .
 - (c) Justifica que f es invertible en el intervalo $(-1, 1)$.
 - (d) Sea g la función inversa de f . Demuestra que $g'(1) = -\frac{1}{\ln(2e)}$.

2. Determina $\int \frac{1}{(x^2 + 4)^{3/2}} dx$ usando la sustitución $x = 2 \sinh(t)$, $t \in \mathbb{R}$. La respuesta deberá expresarse en términos de funciones algebraicas.

3. Determina las siguientes integrales y simplifica el resultado:

- (a) $\int_{-2}^2 3^{|x+1|} dx$.
- (b) $\int \frac{1}{3 \sinh x - 5 \cosh x} dx$.

Sugerencia para 3(b): usa las definiciones de $\sinh x$ y $\cosh x$.

4. Sea $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} e^{t+(1/t)} dt$, $x \in \mathbb{R}^+$. Mediante un cambio de variable adecuado demuestra que $F(1/x) = -F(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}^+$.

5. Sea $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (\sqrt{x})^{\sqrt{x}} \cos\left(\arcsen\left(\frac{1}{x}\right)\right)$.

- (a) Encuentra detalladamente el dominio D .
- (b) Determina la derivada de f .

Sugerencia para 5(b): puedes utilizar derivación logarítmica.

Cada pregunta tiene el siguiente valor:

| | | | | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|
| 1(a) | 1(b) | 1(c) | 1(d) | 2 | 3(a) | 3(b) | 4 | 5(a) | 5(b) |
| 0.75 | 1.0 | 0.75 | 0.75 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 0.75 | 1.0 |