Primer examen parcial. Cálculo Diferencial e Integral III
Primavera 2020

NOMBRE: **CU**:

i) No se permite el uso de calculadoras.
ii) Cada pregunta vale lo mismo (1/8 cada una).
EXAMEN TIPO A. Duración: 2 horas

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = 3 + e^{y-x^2}$. Dibuja la curva de nivel de f correspondiente al valor 4.

2. Sea S la superficie en $\mathbb{R}^3$ definida por la ecuación $x^2 - y^6 - 3z = 5$. Encuentra una función $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f = f(x, y, z)$, tal que S sea el conjunto de nivel de f correspondiente al valor $c = 2$.

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como $f(x, y) = e^{x-2y} - xy - 1$. Encuentra la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(-2, -1, -2)$.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = 2xy + ax + y^2 + 1$ con a constante. Encuentra el valor de a que hace que la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0, 1, 2)$ sea $z = 6x + 2y$.

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = 3x^2 - bxy + y^3$, donde b es constante. Encuentra el valor de b si f es tal que $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(2, 1 + h) - f(2, 1)}{h} = -3 \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(2 + h, 1) - f(2, 1)}{h}$.

6. Sea $\mathbf{G} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por $\mathbf{G}(u, v, w) = (u^2 - w, w^2 - 2uv)$. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable y tal que $\nabla f(-2, 5) = (3, 1)$. Sea $g = f \circ \mathbf{G}$. Encuentra $\nabla g(1, 2, 3)$.

7. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable, $f = f(u, v)$. Si $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ se define como
$$g(x, y) = f(x^2 - y^2, x + y) \text{ para toda } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$
prueba que $\dfrac{\partial g}{\partial x} - \dfrac{\partial g}{\partial y} = 2(x + y)\dfrac{\partial f}{\partial u}$.

8. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \dfrac{xy}{|x| + |y|}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$ y $f(0, 0) = 0$. Prueba que f es continua en $(0, 0)$.