Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 7
12 de marzo 2021

1. Sea f:I→R una función continua, con I = [a,b] un intervalo. Demostrar que si f es creciente, entonces f(I) es un intervalo el intervalo [$f(a),f(b)$]. (Use el teorema de Bolzano)

2. Encuentra los valores de a yb, si los hay para que f sea derivable en 3 o justifica que no existen dado que,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ |x| \leq 3 \\ ax + b & si\ \ |x| > 3 \end{cases}$$

3. Calcula las siguientes derivadas usando la definición:
   a) $f'(1)$ si $f(x) = \frac{1}{1\_+x^2}$
   b) $f'(x)$ si $f(x) = \tan(x)$

4. Calcula $h'(x)$ si $h(x) = (1+(1+(1+x^3)^4)^5)^6$

5. Sea $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sqrt{x}$ calcula los siguientes límites, compara y justifica tus resultados.
   a) $\lim_{h\to 0} \frac{f(4+h)-f(4-x)}{h}$
   b) $\lim_{h\to 0} \frac{f(4+h)-f(4)}{h}$

6. Sea f una función derivable en $cero$ tal que satisface $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{sen(x)} = 1$, calcula
   a) $\lim_{x\to 0} f(x)$
   b) $f'(0)$

7. Sea f:R→R tal que $f(a+b)=f(a)f(b)$ para todo a,b ∈ R.S upoón que $f(0)$=1 y que $f'(0)$ existe. Prueba que $f'(x)$ existe para toda x ∈ R y que $f'(x) = f'(0)f(x)$