

Cálculo Diferencial e Integral 1

Examen Departamental 2

9 de Octubre de 2020

DURACIÓN 2 HORAS

Nombre _____ CU _____

Al hacer el examen te estás comprometiendo a no usar libros, apuntes, calculadora o cualquier otro tipo de ayuda externa.

JUSTIFICA CLARAMENTE TU RESPUESTA.

1. (2 pts) Determina los valores de a para los que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida a continuación sea continua, luego determina si para algún valor de a es diferenciable .

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ (x + a)^2 - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

2. (1.5 pts) Dada la función $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{5 - \tan^2(x)}}$ calcula $2f'(x) - 3xf''(x)$ para $x = \frac{\pi}{4}$.

3. (1.5 pts) Obtener $g'(3)$ si $(\sqrt{g \circ f})'(2) = 7, f'(2) = 5, f(2) = 3$ y $g(3) = 4$.

4. (1.5 pts) Determina la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \text{sen}(\text{sen}(x))$ en el punto $(x, y) = (-\pi, 0)$.

5. a) (0.5 pts) Enuncia con precisión el teorema del Valor Intermedio o de Bolzano.

b) (1.5 pts) Sean f y $g: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones continuas tales que para toda x en $[-1, 1]$ se tiene $0 \leq x(f(x) - g(x))$. Demuestre que las gráficas de las funciones f y g se intersectan en algún punto con abscisa en $[-1, 1]$.

6. (1.5 pts) Dada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable en el punto x_0 , calcula

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0 + h)}{h} .$$