Taller 10 . Cálculo Diferencial e Integral III. Otoño 2020

Multiplicadores de Lagrange

1. Usa los multiplicadores de Lagrange para encontrar los extremos de $f(x, y, z) = x + 2yz$ sujeta a las condiciones $y + z = 4$, $x + y = 2$.

2. Encuentra los extremos de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ sujeta a las condiciones $2y + 4z = 5$, $4x^2 + 4y^2 - z^2 = 0$.

3. Una caja rectangular sin tapa tiene una superficie de 192 dm^2. Hallar las dimensiones que maximizan su volumen.

4. Se desea diseñar un tanque cilíndrico con extremos semiesféricos de radio r. El tanque debe contener 8000 litros. Encuentra las dimensiones del tanque con área de superficie mínima.

5. Considera el problema de minimizar $f(x, y) = x^2 + y^2$ sujeta a $(x - 1)^3 - y^2 = 0$.

   (a) Argumenta que el mínimo se alcanza en $(x_0, y_0) = (1, 0)$. Sugerencia: El problema es equivalente a encontrar el punto sobre la curva $(x-1)^3 - y^2 = 0$ más cercano al origen en el plano xy. Muestra que el círculo de radio r centrado en $(0, 0)$ no intersecta a la curva si $r \in (0, 1)$, y para $r = 1$ dicho círculo intersecta a la curva únicamente en el punto $(1, 0)$.

   (b) Trata de encontrar dicho punto con el método de los multiplicadores de Lagrange. ¿Qué hipótesis no se cumple en este problema para poder usar el método de los multiplicadores de Lagrange?

6. Encuentra el mínimo global y el máximo global de $f(x) = x^3/3 - x + 1$, para $x \in [-2, 0]$.

7. Encuentra el mínimo global y el máximo global de $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ en el disco $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad | \quad x^2 + y^2 \leq 1\}$.

8. Encuentra el mínimo global y el máximo global de $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$ en $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$.