CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 12

Otoño 2020

Aplicaciones de la integral

1. En cada inciso calcula el área de la región entre la curva y el eje x en el intervalo dado, y dibuja la región:

   (a) $y = (x-2)\,e^{-x/2}$ en $0 \le x \le 4$.

   (b) $y = xe^{ax}$, $a > 0$, en $-\infty < x \le 0$.

2. En cada inciso calcula el área de la región acotada entre las curvas dadas, y dibuja la región:

   (a) $y = \sqrt{|x|}$, $5y = x + 6$.

   (b) $x = y^2 - y$, $x = y - y^2$.

3. Determina el área de la región acotada entre las curvas $y^2 = 1 - x$ y $2y = x + 2$: a) integrando con respecto a x, b) integrando con respecto a y. Dibuja la región.

4. En cada inciso calcula la longitud de la curva en el intervalo dado:

   (a) $y = 2\ln\left(\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)\right)$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{3}$.

   (b) $f(x) = \int_0^x \sqrt{e^{3t} - 1}\,dt$, $0 \le x \le \ln 2$.

   (c) $y = \ln(x)$, $1 \le x \le 2$.

   (d) $y = \left(\dfrac{x}{2}\right)^{2/3}$, $0 \le x \le 2$. (Sugerencia: Integra con respecto a y.)

   (e) $y = -\dfrac{1}{4x} - \dfrac{x^3}{3}$, $1 \le x \le 3$.

5. Calcula el volumen del sólido que se genera al girar alrededor del eje y la región acotada por $x = \sqrt{5}y^2$, $x = 0$, $y = 1$, $y = -1$.

6. Calcula el volumen del sólido que se genera al girar, alrededor de la recta $y = \sqrt{2}$, la región en el primer cuadrante acotada en la parte superior por la recta $y = \sqrt{2}$, en la parte inferior por la curva $y = \sec(x)\tan(x)$, y a la izquierda por el eje y.

7. Sea R la región acotada por $y = e^x$, $x = 0$, $y = 2$. Plantea (no calcules) una integral para obtener el volumen del sólido obtenido al girar R alrededor de: a) el eje x, b) el eje y, c) la recta $y = 3$, d) la recta $x = \ln 2$.