Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 8
9 de octubre 2020

1. Define una función lineal en al intervalos [0,3] para que f sea continua en todo $\mathbb{R}$, si $f(x) = \begin{cases} \cos(x) - 2 & si \quad x < 0 \\ 3 - x^2 & si \quad x > 3 \end{cases}$ justifica tu respuesta.

2. Supón que $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ es una función continua que no intersecta el eje de las x . Prueba que si $f(1) = -\frac{2}{3}$ entonces $f(x) < 0$ para toda $x \in [0,1]$.

3. Calcula $\left(\frac{f \circ g}{f}\right)'(1)$ si $f'(2) = g'(1) = f(2) = 1$, $g(1) = 2$.

4. Sea $y = f(x)$ una función diferenciable que satisface $\sqrt{y} + x\sqrt{x} = a$, calcula $y''(x)$.

5. Dada la curva determinada por $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$, obtener $\frac{dy}{dx}$ y la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto (1,1) .

6. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 sen\frac{1}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$

a) Justifica que f es diferenciable excepto en x=0 y calcule f' para $x \neq 0$.
b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $\frac{2}{\pi}$.
c) Demuestra que $\lim_{x\to 0} f'(x)$ no existe.
d) Justifica que f es diferenciable en el punto $x = 0$ y calcula $f'(0)$.

7. Suponga que la función $f: [-1,1] \to [0,1]$ es continua. Mostrar que existen $c_1 \neq c_2$ en $[-1,1]$ de tal forma que $f(c_1) = 1 - 2|c_1|$, $i = 1,2$.