Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 7
2 de octubre 2020

1. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & si \quad x \leq 1 \\ -(x-a)^2 + b & si \quad x > 1 \end{cases}$, determina a y b para que $f(x)$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

2. Determina la ecuación de la recta tangente a $g(x) = (x^2 + x + 1)(\sqrt{f(x)^3 + 3})$ en $x_0 = 1$, si $f(1) = 1, f\ '(1) = 4$, $f(x) \geq -1$, para toda x .

3. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|x|$
   (a) Demuestra que f es diferenciable $\mathbb{R} \backslash \{0\}$ y calcula su derivada.
   (b) Estudia la diferenciabilidad de f en el punto $x = 0$.

4. Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tales que f es diferenciable en $\mathbb{R}$, $f(0) = f(\pi) = 0$ y g es tal que $g(x) = f\big(sen(x)\big) + sen(f(x))$. Demuestre que
   $$g'(0) + g'(\pi) = f'(0) + f'(\pi)$$

5. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{(\alpha^2-1)x^3}{3} + (\alpha - 1)x^2 + 2x$. Determine los valores de α para los cuales f es creciente.

6. Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 3x + |x|$ y $g(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}|x|$. Demuestra que ni $f'(0)$ ni $g'(0)$ existen pero que $(fog)'(0)$ sí existe.