Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 6
25 de septiembre de 2020

1. Considere $f: \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \alpha \frac{sen(3x)}{x} & si \quad x > 0 \\ 1 - x^2 & si \quad x < 0 \end{cases}$ donde $\alpha \in \mathbb{R}$ es una constante.
   a. Calcula $\lim_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
   b. Determina el valor de la constante α para la cual se puede extender la función f de manera que la nueva función sea continua en $x = 0$.
   c. Se denota por $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a la extensión de f obtenida en el inciso b. Indica, justificando, el rango de la función F.

2. Sea $f: [0,1] \to [0,1]$ continua para toda $x \in [0,1]$. Demuestra que existe $x \in (0,1)$ tal que $f^2(x) = (1 - \sqrt{x})^3$.

3. Dadas $f, g: [0,1] \to [0,1]$ dos funciones continuas tales que $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $g(0) = 1$ y $g(1) = 0$. Demuestra que existe un valor $c \in (0,1)$ tal que $f(c) = g(c)$

4. Determina α y β para que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = 2x^2 + \alpha x + \beta$ en el punto $(0,1)$ sea $y = x$.

5. Encuentra el valor de $c \in \mathbb{R}$ que hace que las curvas $y = x^2$ y $y = 1 - cx^2$ sean ortogonales es decir que en los puntos de intersección las tangentes forman un ángulo recto.