Examen Final

Cálculo Diferencial e Integral II
Departamento de Matemáticas, ITAM
5 de junio de 2020

Tiempo total para resolución y entrega:
7:00 a 9:45 hrs

Lee cuidadosamente las instrucciones:

1. Envía tus respuestas en formato pdf. En la primera hoja escribe tu nombre, C.U. y correo electrónico.
2. Presenta tus soluciones en el orden de numeración de las preguntas.
3. Contesta con claridad y limpieza.
4. Muestra el trabajo completo y detallado. Deduce todas las integrales que utilices en tus desarrollos.
5. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.
6. Simplifica la respuesta en la medida de lo posible.

El profesor se reserva el derecho de llamar a consulta a todos los alumnos sospechosos de haber cometido fraude de cualquier tipo durante el examen, para aclarar que el alumno es responsable de todos sus procedimientos.

Cálculo Diferencial e Integral II
Examen Final

1. (**1 pto.**) Calcula con todo detalle $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{x^n}{2n+1}\right)^{1/n}$, $x>0$.

2. En cada inciso, encuentra el valor de la serie o justifica si diverge:

   (a) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3(-2)^n-5^{n+1}}{8^{n+1}}$.

   (b) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\int_{n+1}^{n+2}\frac{1}{1+x^2}\,dx$.

3. (**1.5 ptos.**) Determina el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n(3^{n+2})}x^{n+1}.$$

4. (a) (**1 pto.**) Demuestra que

$$\int_0^{1/2}e^{\sqrt{2x}}\,dx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!(n+2)}.$$

   Sugerencia: Usa la serie de Taylor de e^t en $t=0$.

   (b) (**1.25 ptos.**) Encuentra el valor de $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!(n+2)}$, calculando la integral en (a).

5. Estudia la convergencia de las siguientes series. Enuncia claramente el criterio que utilizas:

   (a) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\operatorname{sech}(n)$.

   (b) (**1 pto.**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^3}\right)$.

6. (**1.25 ptos.**) Demuestra que $\left|\operatorname{sen}(x)-\left(x-\dfrac{x^3}{6}\right)\right|\le\dfrac{|x|^5}{120}$.