

Segundo Examen Departamental  
Cálculo Diferencial e Integral II  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
24 de abril de 2020

**Tiempo total para resolución y entrega:**  
**19:00 a 22:00 hrs**

Lee cuidadosamente las instrucciones:

1. Envía tus respuestas en formato pdf. En la primera hoja escribe tu nombre, C.U. y correo electrónico.
2. Presenta tus soluciones en el orden de numeración de las preguntas.
3. Contesta con claridad y limpieza.
4. Muestra el trabajo completo y detallado. Deduce todas las integrales que utilices en tus desarrollos.
5. Una respuesta sin justificación se considerará no contestada.
6. Simplifica la respuesta en la medida de lo posible.

El profesor se reserva el derecho de llamar a consulta a todos los alumnos sospechosos de haber cometido fraude de cualquier tipo durante el examen, para aclarar que el alumno es responsable de todos sus procedimientos.

Cálculo Diferencial e Integral II  
Segundo Examen Departamental

1. **(1.25 ptos.)** **Justifica** que puedes aplicar la regla de L'Hopital al siguiente límite y luego **calcúlalo**:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{x \int_0^x e^{-t^2} dt}.$$

2. **(1.25 ptos.)** Deduce cuál es el valor de la constante  $c$  tal que se cumple la siguiente igualdad (en este ejercicio no es necesario justificar el uso de la Regla de L'Hopital):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{cx}{cx + 1} \right)^x = 9.$$

3. **(1.5 ptos.)** Deduce cuál debe ser el valor de la constante  $A$  para el cual converge la siguiente integral impropia. ¿A qué converge la integral?:

$$\int_2^{\infty} \left( \frac{x}{2x^2 + 1} - \frac{A}{x + 1} \right) dx.$$

4. **(1.5 ptos.)** Determina la siguiente integral, mostrando el trabajo completo y detallado:

$$\int \frac{2e^{2x} + e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx.$$

5. **(2 ptos.)** Determina la siguiente integral, mostrando el trabajo completo y detallado:

$$\int \sqrt{4x^2 + 4x + 10} dx. \quad (\text{Ayuda: completa el cuadrado.})$$

6. **(1.5 ptos.)** Si  $n, m \in \mathbb{N}$ ,  $n, m > 1$ , demuestra que

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(nx) \cos(mx) dx = \begin{cases} 1, & \text{si } m = n, \\ 0, & \text{si } m \neq n. \end{cases}$$

7. **(1 pto.)** Analiza la convergencia de la siguiente integral impropia:

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{\ln(x^3) - 1} dx.$$