

Instituto Tecnológico Autónomo de México
Cálculo Diferencial e Integral I
Examen Final

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total

Tiempo de resolución, 2 horas y media. Examen individual y sin poder ayudarse de libros, apuntes ni dispositivos electrónicos.

1. Determina el valor de a y demuestra usando épsilon y deltas que: $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 5x + 41 = a$.

(1 pto.)

2. Analiza la continuidad de la siguiente función justificando tu respuesta. Si hay una discontinuidad, cambia el valor en constantes de la función para remover dicha discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{\pi^2}{4}, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{\text{sen}(2x)}{x}, & -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ 5, & x = 0 \\ 4x^2 + x + 2, & x > 0 \end{cases}$$

(1.5 ptos.)

3. Prueba, usando la **definición de derivada**, que la derivada de la función $h(x) = (x - 3)|x - 3|$ existe en el punto $x = 3$.

(1 pto.)

4. Grafique con detalle la función $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ (indicando, si existen: dominio, puntos críticos, crecimientos, asíntotas, concavidades, puntos de inflexión, etc.)

(1.5 ptos.)

5. Sean $f : [0, 1] \rightarrow [1, 2]$ una función continua y $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y derivable en $(0, 1)$. Si $g(0) = 0$ y $g'(x) \geq 3$ para toda $x \in (0, 1)$, entonces demuestra que existe $c \in (0, 1)$ tal que $f(c) = g(c)$. (Sugerencia: estima el valor que podría tomar $g(1)$).

(1 pto.)

6. Si f es una función diferenciable tal que $\int_0^x f(t) dt = [f(x)]^2$ para toda x en \mathbb{R} , encuentra todas las funciones diferentes de la solución trivial, esto es $f(x) \neq 0$, que cumplen dicha condición f .

(1 pto.)

7. Deriva la función

$$F(x) = \int_{\int_1^{x^2} r^3 dr}^1 \tan(t) dt.$$

(1 pto.)

8. Obtener el valor de $a > 1$ para el cual $\int_{-a}^a |x - 1| dx = 4$.

(1 pto.)

9. Calcula $\int (x + 5)(x - 5)^{\frac{1}{3}} dx$.

(1 pto.)