CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
Laboratorio 9
Primavera 2020
Integrales trigonométricas. Sustituciones trigonométricas

1. Usando la sustitución $u = \sec(x)$ demuestra que
$$\int \sec(x)dx = \ln|\sec(x) + \tan(x)| + C.$$
2. Encuentra las siguientes integrales:
   (a) $\int \operatorname{sen}^5(x)\ dx$.
   (b) $\int \operatorname{senh}^3(x) \cosh^2(x)\ dx$.
   (c) $\int \tan^5(x) \sec^4(x)\ dx$.
   (d) $\int \tan^3(x) \sec^5(x)\ dx$.
   (e) $\int \sec^3(x)dx$.
   (f) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^3(x)\, dx$.
   (g) $\int_0^{2\pi} \sqrt{\dfrac{1-\cos(x)}{2}}\, dx$.
3. Demuestra que para $m, n \in \mathbb{N}$:
   (a) $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(mx)\cos(nx)dx = 0$.
   (b) $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}(mx)\operatorname{sen}(nx)dx = \begin{cases} 0, & \text{si } n \neq m \\ \pi, & \text{si } n = m. \end{cases}$
4. Utiliza una sustitución trigonométrica para determinar las siguientes integrales:
   (a) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \dfrac{4x^2}{(1-x^2)^{3/2}}\ dx$.
   (b) $\int_2^{2\sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x}\ dx$.
   (c) $\int_0^{\ln 4} \dfrac{e^t\ dt}{\sqrt{e^{2t}+9}}$.
   (d) $\int \dfrac{x^2}{\sqrt{21+4x-x^2}} dx$.
   (e) $\int x^2 \operatorname{sen}^{-1}(x)\ dx$.
5. Utiliza una sustitución trigonométrica para obtener
$$\int \sqrt{a-bx^2}dx = \frac{x\sqrt{a-bx^2}}{2} + \frac{a}{2\sqrt{b}}\operatorname{sen}^{-1}\left(\sqrt{\frac{b}{a}}x\right) + C, \quad 0 < b < a.$$