

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 10

Primavera 2020

Fracciones parciales. Integrales impropias

1. Determina las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - 2x}$.

(b) $\int \frac{x^4 - 2x^2 + 4x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$.

(c) $\int \frac{3x^3 - 3x^2 + 5x + 3}{1 - x^4} dx$.

2. Determina

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}. \quad (\text{Usa una sustitución trigonométrica.})$$

Ahora obtén

$$\int \frac{2 - x + x^2 - x^3}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

3. Usando el cambio de variable indicado, determina la primitiva de cada una de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{1}{\sinh x}$, $u = \cosh x$.

(b) $f(x) = \frac{1}{\sin x (1 + \cos x)}$, $u = \cos x$.

4. Determina

$$\int \frac{dx}{e^{2x} - e^x}. \quad (\text{Cambia variables y usa fracciones parciales.})$$

Ahora obtén

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_1^\beta \frac{dx}{e^{2x} - e^x}.$$

5. Calcula la integral impropia o muestra que diverge:

(a) $\int_1^\infty \frac{dx}{x(1 + 5x)}$.

(b) $\int_{\ln 2}^\infty \frac{e^{-x}}{1 - e^{-2x}} dx$.

(c) $\int_0^\infty \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.

- (d) $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx.$
- (e) $\int_{-\infty}^{\infty} |x| e^{-x^2} dx.$
- (f) $\int_0^1 x \ln(x) dx.$
- (g) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \operatorname{sen}(x)}.$
- (h) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x - 1} dx.$
- (i) $\int_0^1 \frac{4r}{\sqrt{1 - r^4}} dr.$
- (j) $\int_1^{\cosh(t)} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}, t \geq 0.$
- (k) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|x - 1|}}.$
- (l) $\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x - a} \sqrt{b - x}}, a < b \text{ dados.}$

6. Utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la integral impropia converge o diverge:

- (a) $\int_1^{\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^4 + 2x + 1} dx.$
- (b) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{(1 + x) \ln x}.$
- (c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{1 + x^{1/2}} dx.$
- (d) $\int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx.$
- (e) $\int_1^{\infty} \frac{x}{e^{2x} - 1} dx.$
- (f) $\int_0^{\infty} \frac{\tan^{-1} x}{1 + x^4} dx.$
- (g) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx.$
- (h) $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt{x}} dx.$
- (i) $\int_0^1 e^{1/x} dx.$
- (j) $\int_0^{\infty} \frac{|\operatorname{sen}(x)|}{x^{3/2}} dx.$
- (k) $\int_3^{\infty} \frac{\ln x}{(x - 3)^4} dx.$