Cálculo Diferencial e Integral 1.
Laboratorio 9.
ITAM.*

6 de abril de 2020.

1. Calcular $\frac{dy}{dx}$ para las siguientes funciones:
a) $tan(x-4y)=3x+y^2$.
b) $x^3-y^3=xy-8$.

2. Dada la curva $x^3+y^3=7$.
a) Encuentra $\frac{dy}{dx}$ y $\frac{d^2y}{dx}$ por medio de diferenciación implícita en el punto $(-1,2)$.
b) Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $(-1,2)$.
c) Encuentra la ecuación de la recta normal a la curva en el punto $(-1,2)$.

3. La recta normal a la curva $x^2+2xy=3y^2$ a través del punto $(1,1)$ intersecta a la curva en otro punto. Determine las coordenadas del otro punto.

4. Encuentra los puntos donde la curva $x^2+xy+y^2=4$ intersecta al eje x. Prueba que las rectas tangentes en esos puntos son paralelas.

5. Determina los puntos donde la recta tangente a la curva $x^2+y^2=12+xy$ es paralela a la recta $y=x+\pi$.

6. Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva $y+xsen(y)=x^2-1$ en el punto $p=(1,0)$.

7. Dos trenes parten de una estación con 3 horas de diferencia. El que parte primero se dirige hacia el norte con una rapidez de 100 km/h. El otro se dirige hacia el este con una rapidez de 60 km/h. ¿A qué razón está cambiando la distancia entre los dos trenes 2 horas después de que partió el segundo tren?

8. En cierto momento, un avión pasa por encima de una estación de radar volando a una altitud de 6 km. La velocidad del avión es de 800 km/h. ¿A qué ritmo varía la distancia entre el avión y la estación al cabo de media hora?

9. Un satélite orbita alrededor de un planeta en una galaxia lejana siguiendo la trayectoria descrita por la curva $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=4$ en un sistema coordendo, con el planeta en el origen del sistema. Si en el

*Depto de Matemáticas, ITAM.

instante en que el satélite pasa por el punto $(-3\sqrt{3}, 1)$ su abscisa cambia a una tasa de $\sqrt{3}$ km/seg, determina la razón a la que cambia su ordenada en ese mismo instante.

10. Suponiendo que las longitudes de los lados x, y, y z de una caja rectangular cerrada cambian de forma tal que cuando las aristas x y z aumentan un centímetro por segundo, la arista y decrece 2 cm/seg. Determina la tasa a la que cambia el volumen y el área de la superficie de la caja en el instante en que $x = 4$, $y = 3$ y $z = 2$.

11. Un agricultor quiere cercar un área de 15,000 m^2 en un terreno rectangular y luego dividirlo por la mitad con una cerca paralela a uno de los lados del rectángulo. ¿Cómo puede hacer esto el agricultor para minimizar el costo de la cerca?

12. Se va a construir un campo deportivo de forma rectangular de largo x y rematado en cada extremo por un semicírculo de radio r. Si el perímetro *total* debe ser de 400 m, determinar las dimensiones que maximicen el área *total.*

13. Encuentre las medidas del rectángulo de área máxima que puede ser inscrito dentro de un semicírculo de radio 2.

14. Sea a una constante positiva. Demuestra que si $x \geq 0$, $y \geq 0$ tales que $x + y = a$, entonces el valor máximo que puede tomar el producto x^2y^2 es $\frac{a^4}{16}$.

15. Calcula los puntos (x, y) sobre la curva $y + 3x^2 = 81$, en donde el producto xy tiene un extremo local o global.

16. Encuentra el punto en el primer cuadrante sobre la parábola $y = 4 - x^2$, donde el triángulo formado por la recta tangente a la parábola y los ejes coordenados tiene área mínima.

17. Prueba que de todos los rectángulos con perímetro p, el que tiene mayor área es el cuadrado. (Sugerencia: nota que el perímetro está definido por $p = 2x + 2y$ donde x y y son las dos posibles longitudes de los lados).