Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas

Cálculo Diferencial e Integral I — Primavera 2020

Laboratorio 4

---

1. Sea f una función de dominio $D \subset \mathbb{R}$ y a un punto de acumulación de D. Demuestre que si $\lim_{x\to a} f(x) = l_1$ y $\lim_{x\to a} f(x) = l_2$, entonces $l_1 = l_2$.

2. Sean f y g funciones de dominio $D \subset \mathbb{R}$ y a un punto de acumulación de D. Suponga que $\lim_{x\to a} f(x) = l$ y que $|g(x) - l| \le |f(x) - l|$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que $\lim_{x\to a} g(x) = l$.

3. Demuestre, aplicando la definición de límite, que

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$

   (b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

   (c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

4. Calcule, si existieran, los siguientes límites, justificando el cálculo o la no existencia del límite.

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$

   (b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right)$

   (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}-\sqrt{1-\operatorname{sen} x}}{x}$

   (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(mx)-\cos(nx)}{x^2}$

   (e) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{\tan(\pi x)}{x+2}$

   (f) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$

   (g) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$ $(x > 0)$

   (h) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h)-\operatorname{sen} x}{h}$

   (i) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x}$

   (j) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left[\sqrt{x(x+a)} - x\right]$

   (k) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$