

# Instituto Tecnológico Autónomo de México

## Departamento de Matemáticas

Cálculo Diferencial e Integral I

Primavera 2020

### Laboratorio 2

---

---

1. Demuestre que:

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |l|$ .

(b) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l_1$  y  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l_2$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} \max\{f(x), g(x)\} = \max\{l_1, l_2\}$ .

2. Sean  $f, g$  funciones reales de variable real. Demuestre que si existieran los límites  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$ , entonces existe  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ .

3. Sean  $f : D_f \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$  una función y  $a \in \mathbb{R}$  un punto de acumulación de  $D_f$  tal que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Demuestre que  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{b}$ .

4. Sean  $f : D_f \subset \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$  una función y  $a \in \mathbb{R}$  un punto de acumulación de  $D_f$  tal que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \in \mathbb{R}$ . Demuestre que  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{b}$ .

5. Aplicando la definición de límite, demuestre que:

(a)  $\lim_{x \rightarrow a} x^2 = a^2$ , donde  $a$  es cualquier número real.

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x} \right) = 0$ .

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$ .