Instituto Tecnológico Autónomo de México
Departamento de Matemáticas

Cálculo Diferencial e Integral I — Primavera 2020

Laboratorio 1

---

1. Demuestre que

   (a) $\left\{x \in \mathbb{R} : |x - 3x^2| < |1 - 3x|\right\} = (-1, 1/3) \cup (1/3, 1)$

   (b) $\left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{x^2 - 1}{x} \geq |x - 1|\right\} = [-1/2, 0) \cup [1, +\infty)$

   (c) $\{x \in \mathbb{R} : |\operatorname{sen} x| < 1/2 \ \wedge \ x(2x - \pi) \leq 0\} = [0, \pi/6)$

2. Determine el dominio y las raíces de las siguientes funciones:

   (a) $f(x) = \dfrac{|2x| - |-x + 1|}{x^2 + 1}$

   (b) $f(x) = \dfrac{|x^3 - 2x + 1|}{|x - 1| + |x^2 - 4x + 3|}$

3. Sea f la función real de variable real definida por $f(x) = \dfrac{1}{|x| + 2}$. Utilizando la definición, estudie f en cuanto a la monotonía.

4. Determine los valores de $m \in \mathbb{R}$ para los cuales el dominio de la siguiente función es $\mathbb{R}$:
$$f(x) = \sqrt{mx^2 + (2m + 1)x + m + 2}.$$

5. Sean f y g dos funciones reales de variable real de dominio $\mathbb{R}$ tales que $g(x) = \cos(2x - 1)$ y $f(x) = 0$, si y sólo si $x = 1$ o $x = 2$. Determine $x \in \mathbb{R}$ tal que $(f \circ g)(x) = 0$.

6. Sean f y g dos funciones reales de variable real definidas por $f(x) = \sqrt{x + 1}$ y $g(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$. Determine el dominio y la expresión analítica de la función $g \circ f$.

7. Sean f y g dos funciones reales de variable real tales que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 3x + 3)$ y $f\,(g(x)) = 1 - x^6$. Caracterice la función g.

8. Demuestre, aplicando la definición de límite, que $\lim\limits_{x \to 1} kx = k$, donde k es cualquier número real.

9. Encuentre el valor de λ, donde $\lambda = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x - 1}{x + 1}\right)$ y una cota superior del $\delta > 0$ para el cual $|x - 3| \leq \delta$ implica que $\left|\lambda - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x - 1}{x + 1}\right)\right| \leq \dfrac{1}{100}$.