

Cálculo Diferencial e Integral II
Segundo Examen Departamental
Departamento de Matemáticas, ITAM
15 de noviembre de 2019
Tipo A

Nombre: _____ CU: _____

JUSTIFICA CON DETALLE LAS RESPUESTAS

No se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas

Duración: 2:00 horas

1a	
1b	
2a	
2b	
2c	
3a	
3b	
4a	
4b	
5a	
5b	
6	
7	
Total	

1. Calcula el límite en cada inciso:

(a) **(0.75 ptos.)** $\lim_{y \rightarrow \infty} \left[y \tan^{-1} \left(\frac{2}{y} \right) \right].$

(b) **(0.75 ptos.)** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{1/x}.$

2. (a) **(0.5 ptos.)** Utilizando la definición de la función $\tanh(x)$ demuestra que

$$\tanh^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right), \text{ si } |x| < 1.$$

(b) **(0.5 ptos.)** Halla la derivada de la función $\tanh^{-1}(x)$.

(c) **(0.5 ptos.)** Halla una primitiva para la función $\tanh^{-1}(x)$.

Ayuda: integra por partes y usa el inciso (b).

3. Determina las siguientes integrales:

(a) **(1 pto.)** $\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x} - 4}}.$

(b) **(1 pto.)** $\int_0^{\ln(2)} \sqrt{1 + \cosh(2x)} dx.$ **Simplifica la respuesta.**

4. (a) **(0.75 ptos.)** Demuestra que $\int \frac{dx}{e^x + e^{2x}} = \ln(1 + e^x) - x - e^{-x} + C.$

No derives ambos lados. Deduce por integración.

(b) **(0.75 ptos.)** Usando (a) calcula $\int_1^\infty \frac{dx}{e^x + e^{2x}}.$

5. Analiza la convergencia de la integral impropia en cada inciso:

(a) **(0.75 ptos.)** $\int_0^1 \frac{\sec^2 x}{x\sqrt{x}} dx.$

(b) **(0.75 ptos.)** $\int_1^\infty \frac{dt}{e^{3t} - e^{-3t}}.$

6. **(1 pto.)** Encuentra el área entre la curva $y = \sqrt{16 + x^2}$ y el eje x en el intervalo $0 \leq x \leq 4$.

7. **(1 pto.)** Determina el volumen del sólido de revolución S obtenido al girar la región entre las gráficas de $f(x) = e^{2x}$ y $g(x) = e^x$ alrededor del eje x en el intervalo $0 \leq x \leq \ln(3)$. Ilustra.