

Cálculo Diferencial e Integral II  
Primer Examen Departamental  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
20 de septiembre de 2019  
**Tipo A**

Nombre: \_\_\_\_\_ CU: \_\_\_\_\_

**JUSTIFICA CON DETALLE LAS RESPUESTAS**

No se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas

Duración: 2:00 horas

1a	
1b	
2a	
2b	
3a	
3b	
4a	
4b	
5a	
5b	
6	
7a	
7b	
Total	

1. En cada inciso contesta lo que se indica:

(a) **(0.75 ptos.)** Encuentra el dominio de la función  $f(x) = \frac{1}{\log_2(\log_2 x)}$ .

(b) **(0.5 ptos.)** Demuestra que  $2e^x + 3e^{-x} = 4$  **no** tiene solución.

2. Sea  $G(x) = \int_{-2\ln x}^{2\ln x} \ln(e^\alpha + e^{-\alpha}) d\alpha$ , con  $x > 0$ .

(a) **(0.5 ptos.)** Justifica que  $G$  es diferenciable.

(b) **(1.25 ptos.)** Halla la derivada de  $G$  y **simplifica** el resultado.

3. Encuentra la derivada de la función en cada inciso:

(a) **(1 pto.)**  $f(x) = \frac{x^{1/x}}{(\ln x)^x \sqrt{2^x + 1}}$ .

(b) **(0.75 ptos.)**  $g(x) = \int_0^x \ln(x^{3/2}) \left( \frac{1+t^4}{t^3+2} \right) dt$ , con  $x > 0$ .

4. Determina la integral en cada inciso:

(a) **(1 pto.)**  $\int \frac{dx}{\cos^2 x (2 + \tan x)^5}$ .

(b) **(1 pto.)**  $\int_0^9 \frac{\sqrt{t}}{(\sqrt{t}) + 1} dt$ .

5. Sea  $f(x) = 2 + \int_0^x \sqrt{3 + 2t^4 + t^6} dt$ , con  $x \in \mathbb{R}$ .

(a) **(0.5 ptos.)** Demuestra que  $f$  posee una inversa  $f^{-1}$ .

(b) **(0.75 ptos.)** Encuentra  $(f^{-1})'(2)$ .

6. **(0.75 ptos.)** Sea  $f$  continua en  $[-a, a]$ . Demuestra que

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a [f(x) + f(-x)] dx.$$

7. (a) **(0.65 ptos.)** Obtén las coordenadas del máximo absoluto de  $\frac{\ln(x)}{x}$  en  $(0, \infty)$ .

(b) **(0.6 ptos.)** Demuestra que  $x^e \leq e^x$  para todo  $x > 0$ , y  $x^e = e^x$  si y sólo si  $x = e$ .