

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 14 - Repaso general

Otoño 2019 - ITAM

1. Resuelve

a) $\frac{x}{x+2} \geq 2x$

b) $|x + 7| < 2|x - 3|$

c) $\frac{x^2 - x - 12}{1 - x^2} < 0$

2. Obtén $Dom(g)$ si $g(x) = f(x + \frac{1}{3}) - f(2x - 1)$ y $Dom(f) = (-1, 2]$

3. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} |x| \sqrt{\frac{4}{x^2} - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1 - x}{4x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (1 - \cos(\frac{1}{x}))$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) - \tan(2x)}{\tan(x)}$

4. Calcula $f'(0)$ si

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sec(x) - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

5. Obtén $(\frac{dy}{dx})_{x=1}$ si $y = \left(\frac{1-x^{-1/2}}{1+x^{1/4}}\right)^4$

6. Prueba que la ecuación $x^2 = \cos(x)$ tiene **exactamente dos** soluciones en \mathbb{R} .

7. Supón que $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ son continuas en $[a, b]$ y diferenciables en (a, b) . Si $f(a) < g(a)$ y $f(b) > g(b)$ entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) < g'(c)$.

8. Obtén la linealización de $f(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ alrededor de $x_0 = 0$ y úsalo para aproximar $f(0.01)$.

9. El lado de un triángulo equilátero se expande a razón de 1 cm/seg. Supón que el triángulo no pierde la forma, determina la tasa con la que crece su área en el momento en el que el lado del triángulo mide 10 cm.
10. Obtén el máximo y mínimo de $f(x) = \cos(2x) - 2\cos(x)$ en $(-\infty, \infty)$ así como todos los puntos donde se alcanzan.
11. Usar TVM para integrales

a) Supón que si $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y $\int_1^3 f(x)dx = 8$ entonces existe $c \in [1, 3]$ tal que $f(c) = 4$.

b) Sean f, g continuas en $[a, b]$ y tales que $\int_a^b |f(x) - g(x)|dx = 0$. Prueba que existe $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = g(c)$

12. Calcula el área de la región R delimitada por:

a) La curva $y = \cos(\frac{\pi}{2}x)$ y $y = 1 - x^2$ en el primer cuadrante.

b) La recta $y = 0$ y la curva $x\sqrt{1-x^2}$

c) La curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $x + y = 6$ (divide en regiones)