Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 11 - Repaso General

Otoño 2019 - ITAM

1. Calcula:

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\csc(2x)}{\cot(3x)}$

   b) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sin(1-x^2)}{|1-x|}$

   c) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sin(\pi+h)}{2h+h^2}$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(1-\cos(x))}{x^2}$

   e) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\left(\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)-1\right)$

2. *a)* Supón que $f'(x) = \sec(x)$. Calcula: $\left(f\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)'$ en $x_0 = \dfrac{1}{\pi}$

   b) Supón que $f(0) = 1, f'(0) = 2, g(1) = 3$ y que $g'(1)$ existe. Determina el valor de $g'(1)$ para que: $(g^2 \circ f^3)'(0)$ sea igual a 144.

3. Determine las ecuaciones de las <u>dos</u> rectas tangentes L_1 y L_2 a la gráfica de la elipse: $x^2 + 4y^2 = 36$ que pasan por el punto $P_0(12, 3)$

4. Una partícula se mueve sobre la parábola $4y = x^2 + 2x$. Determine las <u>coordenadas</u> del punto sobre la gráfica en el que la tasa de cambio de la abscisa y la ordenada son iguales.

5. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua en $[a, b]$ y <u>dos</u> veces diferenciable en (a, b). Supón que $f''(x) \neq 0\ \forall x \in (a, b)$. Prueba que f admite a lo más un punto crítico estacionario ($f'(c) = 0$)

6. Usa el TVM para probar: Si $|x| < \dfrac{\pi}{2}$ y $|y| < \dfrac{\pi}{2}$ entonces:
   $|\sin(y) - \sin(x)| \leq |y - x| \leq |\tan(y) - \tan(x)|$

7. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x + \sin(x)$. Prueba que f es ESTRICTAMENTE CRECIENTE. (Sugerencia: Sean $a < b$ en $\mathbb{R}$. El TVM te permite concluir que $f(a) \leq f(b)$. Examina tu prueba con cuidado y concluye que en realidad: $f(a) < f(b)$)

8. Traza con <u>todo detalle</u> la gráfica de f si:

   a) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

   b) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

   c) $f(x) = \sqrt{x^2(2-x^2)}$

   d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x}$ Sugerencia: $\left(\dfrac{1}{x^2+x} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}\right)$

9. Determina todos los valores extremos de $f(x) = \cos(2x) - 2\cos(x)$ en el intervalo $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

10. Un triángulo equilátero de lado l tiene uno de sus lados sobre el eje "x". Determina el área <u>máxima</u> y las <u>dimensiones</u> de un rectángulo inscrito cuya base este sobre el eje "x"(DIBUJA)

11. Determina la linearización de $f(x)$ alrededor de x_0 si:

    a) $f(x) = (x+1)^{1/2}$ y $x_0 = 0$

    b) $f(x) = \dfrac{1}{1+x^{1/2}}$ y $x_0 = 1$

    c) $f(x) = \sqrt{1+\cos(x)}$ y $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$