

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Laboratorio 9

Otoño 2019

Sustituciones trigonométricas. Fracciones parciales

1. Determina las siguientes integrales:

(a) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{4x^2}{(1-x^2)^{3/2}} dx.$

(b) $\int_2^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx.$

(c) $\int_0^{\ln 4} \frac{e^t dt}{\sqrt{e^{2t}+9}}.$

(d) $\int \frac{x^2}{\sqrt{21+4x-x^2}} dx.$

(e) $\int x^2 \sin^{-1}(x) dx.$

2. Usa una sustitución trigonométrica para obtener

$$\int \sqrt{a-bx^2} dx = \frac{x\sqrt{a-bx^2}}{2} + \frac{a}{2\sqrt{b}} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{b}{a}} x \right) + C, \quad 0 < b < a.$$

3. Determina las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - 2x}.$

(b) $\int \frac{x^4 - 2x^2 + 4x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx.$

(c) $\int \frac{3x^3 - 3x^2 + 5x + 3}{1-x^4} dx.$

4. (a) Determina $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}.$ Usa una sustitución trigonométrica.

(b) Determina $\int \frac{2-x+x^2-x^3}{(x^2+1)^2} dx.$

5. Usando el cambio de variable indicado, determina la primitiva de cada una de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{1}{\sinh x}, \quad u = \cosh x.$

(b) $f(x) = \frac{1}{\sin x (1 + \cos x)}, \quad u = \cos x.$

6. Usa fracciones parciales para obtener

$$\int \frac{dx}{ax(bx+c)}, \quad a, b, c > 0.$$

Ahora obtén

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_1^{\beta} \frac{dx}{ax(bx+c)}.$$

7. Determina

$$\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}. \quad (\text{Cambia variables y usa fracciones parciales}).$$

Ahora obtén

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_1^{\beta} \frac{dx}{e^{2x}-e^x}.$$