CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
Laboratorio 11
Otoño 2019
Integrales impropias (parte 2). Aplicaciones de la integral

1. Utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la integral impropia converge o diverge:

   (a) $\int_1^{\infty} \dfrac{2x^2+1}{x^4+2x+1}\, dx.$

   (b) $\int_2^{\infty} \dfrac{dx}{(1+x)\ln x}.$

   (c) $\int_1^{\infty} \dfrac{1}{1+x^{1/2}} dx.$

   (d) $\int_2^{\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx.$

   (e) $\int_1^{\infty} \dfrac{x}{e^{2x}-1} dx.$

   (f) $\int_0^{\infty} \dfrac{\tan^{-1} x}{1+x^4}\, dx.$

   (g) $\int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx.$

   (h) $\int_0^{1} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt{x}}\, dx.$

   (i) $\int_0^{1} e^{1/x}\, dx.$

   (j) $\int_{-5}^{\infty} \dfrac{dx}{\sqrt{x+5}}.$

   (k) $\int_0^{\infty} \dfrac{|\operatorname{sen}(x)|}{x^{3/2}}\, dx.$

   (l) $\int_3^{\infty} \dfrac{\ln x}{(x-3)^4}\, dx.$

2. Calcula el área de la región entre la curva $y = (x-2)\, e^{-x/2}$ y el eje x en el intervalo $0 \leq x \leq 4$.

3. Calcula el área de la región acotada entre las siguientes curvas y dibuja la región:

   (a) $y = \sqrt{|x|}$, $5y = x+6$.

   (b) $x = y^2 - y$, $x = y - y^2$.

4. Determina el área de la región acotada entre las curvas $y^2 = 1 - x$ y $2y = x + 2$: a) integrando con respecto a x, b) integrando con respecto a y. Dibuja la región.

5. Calcula la longitud de las siguientes curvas en el intervalo dado:

   (a) $y = 2\ln\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right),\ \ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}.$

   (b) $f(x) = \int_0^x \sqrt{e^{3t}-1}\,dt,\ \ 0 \leq x \leq \ln 2.$

   (c) $y = \ln(x),\ \ 1 \leq x \leq 2.$

   (d) $y = \left(\frac{x}{2}\right)^{2/3},\ \ 0 \leq x \leq 2.$ (Sugerencia: Integra con respecto a y.)

   (e) $y = -\frac{1}{4x} - \frac{x^3}{3},\ \ 1 \leq x \leq 3.$

6. Calcula el volumen del sólido que se genera al girar alrededor del eje y la región acotada por $x = \sqrt{5}y^2$, $x = 0$, $y = 1$, $y = -1$.

7. Calcula el volumen del sólido que se genera al girar, alrededor de la recta $y = \sqrt{2}$, la región en el primer cuadrante acotada en la parte superior por la recta $y = \sqrt{2}$, en la parte inferior por la curva $y = \sec(x)\tan(x)$, y a la izquierda por el eje y.

8. Sea R la región acotada por $y = e^x$, $x = 0$, $y = 2$. Plantea (no calcules) una integral para obtener el volumen del sólido obtenido al girar R alrededor de: a) el eje x, b) el eje y, c) la recta $y = 3$, d) la recta $x = \ln 2$.