

# Cálculo Diferencial e Integral I

## Laboratorio 5 - El TVI y límites trigonométricos

Otoño 2019 - ITAM

1. Sea  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  continua. Prueba:
  - a)  $\exists c \in [a, b]$  tal que  $f(c) = \frac{1}{3}f(a) + \frac{2}{3}f(b)$
  - b) Más generalmente, para cada  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\exists c_\alpha \in [a, b]$  tal que  $f(c_\alpha) = \alpha f(a) + (1 - \alpha)f(b)$
2. Sea  $T : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  continua con  $T(0) = T(2\pi)$ . Prueba que  $\exists c \in [0, \pi]$  tal que  $T(c) = T(c + \pi)$ . (Sugerencia: Considera  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(\theta) = T(\theta) - T(\theta + \pi)$ )
3. Prueba que todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real.
4. Calcula los siguientes límites trigonométricos.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \operatorname{sen}(x)}{x^3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|x - \frac{\pi}{2}|}{\cos(x)}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{2x^2 + 3x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} 2x \operatorname{sen}\left(\frac{3}{x}\right)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x + 2x^2)}{3x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + \operatorname{sen}(x)} - 2}{x}$$

5. Determina la relación entre  $a$  y  $b$  para que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(\pi + ax)}{bx} = 2$$

(SIN L'HOPITAL)