

Cálculo Diferencial e Integral II
Examen Final
Departamento de Matemáticas, ITAM
21 de mayo de 2019
Tipo A

Nombre: _____ CU: _____

1	2a	2b	2c	3	4a	4b	5a	5b	6	7a	7b

JUSTIFICA CON DETALLE LAS RESPUESTAS

No se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas

Duración máxima: 2:30 horas

1. (0.75 ptos.) Calcula, justificando, el valor del límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x e^{-t^2} dt}{1 - e^{-x^2}}.$$

2. Determina las siguientes integrales:

(a) (1 pto.) $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx.$

(b) (1 pto.) $\int_{\ln 2}^{\infty} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-2x}} dx.$

(c) (1 pto.) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}\sqrt{2-x}}.$ Usa la sustitución $u = \sqrt{x-1}.$

3. (1 pto.) Determina la integral **usando la sustitución dada.** Expresa el resultado en términos de logaritmos y justifica:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx, \quad x = \cosh(u).$$

4. Calcula el valor de las siguientes series:

(a) (0.75 ptos.) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{3^{n+1}}.$

(b) (0.75 ptos.) $\sum_{n=2}^{\infty} \left[\arcsen \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) - \arcsen \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \right].$

Analiza el límite de las sumas parciales.

5. Justifica si las siguientes series convergen o divergen:

(a) (0.75 ptos.) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{(2n)!}.$

(b) (0.75 ptos.) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$

6. (1.25 ptos.) Encuentra el radio y el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+3)^n}{n 2^n}.$$

7. (a) **(0.25 ptos.)** A partir de $\frac{1}{1-t} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n$, $|t| < 1$, obtén

$$\frac{1}{1+x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}, \quad |x| < 1.$$

(b) **(0.75 ptos.)** Integra término a término y obtén la serie de Maclaurin de $\arctan(x)$.