

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Segundo Examen Departamental
Sábado 4 de mayo del 2019
08:00 - 10:00



Nombre y cu: _____

1a	1b	2	3	4	5	6a	6b	7	8	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Duración: 2 horas. Total: 10 puntos.

.....

1. Calcula los siguientes límites:

a) [1.0 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x)}{x^2 - 2x}$.

b) [1.0 pto.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^3) - 1}{\text{sen}(2x^3)}$.

2. [1.0 pto.] Supón que f es diferenciable en a . Usa la DEFINICIÓN de derivada para probar que $(f^2)'(a)$ existe. Explica cada paso de tu demostración indicando con claridad que propiedad, teorema o hipótesis estas usando.

3. [1.0 pto.] Sea $h(x) = \frac{2g^3(x)}{\sqrt{x}}$. Supón que $g(1) = 1$. Determina el valor de $g'(1)$ de tal modo que $h'(1) = 0$.

4. [1.0 pto.] Determina el valor de a y el de b de tal manera que el punto $P_0(1, 1)$ pertenezca a la curva $4x^2 + ay^2 = b$ y la recta *normal* a través de P_0 pase por el punto $P_1\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

5. [1.0 pto.] Un avión vuela de forma paralela al piso a una altura de 5km y a una velocidad de 2km por minuto. En cierto momento pasa exactamente por encima de una estación de radar. Determina la *velocidad* con la que varía la *distancia* entre el avión y la estación de radar al cabo de 10 minutos

6. Sea $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Supón que $f'(c) \geq 1$ para todo c en $(0, \infty)$ y que $f(0) = -100$. Prueba:

a) [1.0 ptos.] existe $x_0 \in (0, \infty)$ ÚNICA tal que $f(x_0) = 0$.

b) [0.5 ptos.] dada $M > 0$, existe $x_1 \in (0, \infty)$ tal que $f(x_1) \geq M$.

7. [1.5 pts.] Traza con detalle la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. Incluye: dominio, imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidades, asíntotas, límites relevantes y coordenadas de todos los puntos críticos.

Hoja para gráfica

8. [1.0 pto.] Determina las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede ser inscrito en la cuarta parte de la elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Hoja extra