

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Sábado 9 de marzo del 2019
08:00 - 10:00



Nombre y cu: _____

| 1 | 2 | 3a | 3b | 3c | 3d | 4 | 5 | 6 | 7 | Total |
|---|---|----|----|----|----|---|---|---|---|-------|
| | | | | | | | | | | |

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Duración: 2 horas. Total: 10 puntos.

.....

1. [1.5 ptos.] Determina el conjunto solución de la desigualdad:

$$\left| \sqrt{|x|} - 3 \right| > 2.$$

2. [1.5 ptos.] Sean $f(x) = 2x + 3$ y $g(x) = \frac{x^2}{x + 2}$. Determina el dominio de

$$\frac{\sqrt{f - g}}{g}.$$

3. Calcula los siguientes límites:

a) [0.5 ptos.] $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{2 - \sqrt{x - 2}}{|36 - x^2|}$.

b) [0.5 ptos.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$.

c) [0.5 ptos.] $\lim_{x \rightarrow \infty} -x \sqrt{\frac{9}{1+4x^2}}$.

d) [0.5 ptos.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - |x|} - |x|)$.

4. [1.0 ptos.] Sea

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8}{c}, & \text{si } x \leq -2; \\ ax + 4, & \text{si } -2 < x < -1; \\ 4, & \text{si } x = -1; \\ x^2 - b, & \text{si } x > -1. \end{cases}$$

Determina los valores de a , b y c de tal modo que f sea continua en CADA punto de su dominio (justifica y explica con claridad).

5. [1.5 ptos.] Prueba rigurosamente (ε, δ) que $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ es continua en $x_0 = 1$ (INCLUYE LA DEFINICIÓN).

6. [1.0 ptos.] Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones que satisfacen:

$$|f(x)| \leq x^2 \quad \text{y} \quad |g(x)| \leq \frac{2}{3 + x^4}.$$

Construye un “sándwich” que te permita concluir que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)g(x) = 0$$

y úsalo para probar el límite.

7. [1.5 ptos.] Sea $A \in (0, 2)$ fija. Prueba que existe $c \in (0, 1)$ tal que: $\frac{A}{1+c^2} = c$.
Justifica convincentemente y no omitas hipótesis relevantes.

Hoja extra