Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 15 - Primitivas y TFC (Primera parte)

Primavera 2019 - ITAM

1. Dermina las antiderivadas pedidas:

   a) $\displaystyle\int (at^2 + bt + c)dt$

   b) $\displaystyle\int \left(\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}\right)^2 dt$

   c) $\displaystyle\int \frac{\sin(t)}{\sqrt{\cos(t)}}dt$

   d) $\displaystyle\int \cos(2t+1)dt$

   e) $\displaystyle\int f(at+b)dt$

   si sabes que $a \neq 0$ y que F es una primitiva de f.

2. Verifica que $F(t) = \dfrac{t}{2} + \dfrac{\sin(t)\cos(t)}{2}$, $\quad G(t) = \dfrac{2t + \sin(2t)}{4}$ son primitivas de $f(t) = \cos^2(t)$. ¿Cuál es la correcta? ¿Son correctas F y G ? Explica.

3. Resuelve

   a) $y'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 2\sqrt{x}, \quad y(1) = 0$

   b) $y''(x) = \dfrac{-2}{(x+1)^3}, \quad y'(1) = 1, \quad y(2) = 0$

4. **Sin** calcular la integral definida, prueba que si:

$$F(x) = \int_0^x \frac{ds}{(1+s^2)^2}$$

   entonces

a) $F(0) = 0$

b) F es creciente sin puntos críticos en $(0, \infty)$

c) F es cóncava sin puntos de inflexión

5. <u>Cuatro</u> formas de decir lo mismo:

   Si $\quad F(x) = \displaystyle\int_0^x \sqrt{16+t^2} \quad dt \quad$ entonces:

   a) $F'(3) = 5$

   b) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \left(\int_3^{3+h} \sqrt{16+t^2} \quad dt \right) = 5$

   c) $\displaystyle\lim_{x\to 3} \left(\int_3^x \frac{\sqrt{16+t^2}}{x-3} dt \right) = 5$

   d) $\displaystyle\left(\frac{d}{dx} \int_0^x \sqrt{16+t^2} \quad dt \right)_{x=3} = 5$

   Explica por qué son equivalentes.

6. Sin calcular la integral definida deduce que:

$$\left(\sqrt{\frac{\pi}{2} + 1} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right) \leq \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{t + \sin(t)} \quad dt \leq \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{2}$$

7. <u>Enuncia</u> el TVM para integrales para funciones continuas $f : [a, b] \to \mathbb{R}$