CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
Laboratorio 11
Primavera 2019
Integrales impropias (parte 2)

1. Utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la integral impropia converge o diverge:

   (a) $\int_0^1 \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt{x}}\, dx.$

   (b) $\int_0^\infty \cos(x)\, dx.$

   (c) $\int_1^\infty \dfrac{2x^2+1}{x^3+2x+1}\, dx.$

   (d) $\int_2^\infty \dfrac{dx}{(1+x)\ln x}.$

   (e) $\int_1^\infty \dfrac{1}{1+x^{1/2}} dx.$

   (f) $\int_1^\infty \sqrt{1+e^{-x}} dx.$

   (g) $\int_1^\infty \dfrac{x}{e^{2x}-1} dx.$

   (h) $\int_0^\infty \dfrac{\tan^{-1} x}{1+x^4}\, dx.$

   (i) $\int_2^\infty \dfrac{\sqrt{x^3+1}}{x} dx.$

   (j) $\int_0^1 e^{1/x}\, dx.$

2. Utiliza algún criterio de convergencia para determinar si la integral impropia converge o diverge:

   (a) $\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx.$

   (b) $\int_{-5}^\infty \dfrac{dx}{\sqrt{x+5}}.$

   (c) $\int_3^\infty \dfrac{\ln x}{(x-3)^4}\, dx.$

   (d) $\int_0^\infty \dfrac{|\operatorname{sen}(x)|}{x^{3/2}}\, dx.$

   (e) $\int_{-\infty}^\infty \dfrac{dx}{x^2(1+e^x)}.$

3. Demuestra que $\int_0^\infty \dfrac{\ln x}{1+x^2} dx$ converge y luego calcula la integral. Sugerencia: Usa la sustitución $x = \dfrac{1}{y}$.

4. La transformada de Laplace de una función $f(x)$ es la función $Lf(s)$ de la variable s definida mediante la integral impropia (si ésta converge):

$$Lf(s) = \int_0^\infty f(x)e^{-sx}dx.$$

   (a) Prueba que si $f(x) = C$, en donde C es una constante, entonces $Lf(s) = \dfrac{C}{s}$ para $s > 0$.

   (b) Prueba que si $f(x) = \operatorname{sen}(\alpha x)$, entonces $Lf(s) = \dfrac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$.

   (c) Calcula $Lf(s)$, si $f(x) = e^{\alpha x}$ y $s > \alpha$.

   (d) Calcula $Lf(s)$, si $f(x) = \cos(\alpha x)$ y $s > 0$.