

Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 8

El límite trigonométrico básico y algunas consecuencias

Primavera 2019 - ITAM

1. Calcula

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} \quad (a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x))}{x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x) + 2x}{x + x^2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin(x + \pi/2)}{x - \pi/2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x^2 + 3x + 2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(x)}{|x|}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2(x)} - \sqrt{1 - \sin^2(x)}}{x^2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{2 - 2 \cos(x)}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{2 \sin^2(x) - 1}{16x^2 - \pi^2} \quad \left(\text{Sol} = \frac{1}{4\pi} \right)$$

2. A partir de las desigualdades básicas: $\cos(x) \leq \frac{\sin(x)}{x} \leq \frac{1}{\cos(x)}$

si $|x| < \pi/2$ obtén que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sin(x)}{x} - 1 \right)}{x} = 0$$

3. Determina el valor de a para que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi + ax)}{x} = 1$$