

# Cálculo Diferencial e Integral I

## Laboratorio 10 - Diferenciación implícita y tasas relacionadas

Primavera 2019 - ITAM

1. Determina los puntos de intersección de la circunferencia:  $x^2 + y^2 = 2$  y la elipse rotada:  $x^2 + xy + y^2 = 3$  y muestra que las curvas son tangentes en dichos puntos.
2. Determina las coordenadas de los cuatro puntos sobre la gráfica de la relación:  $|xy| = 1$  en la que:  $|\frac{dy}{dx}| = 1$ . (Resuelve por cuadrantes (DIBUJA))
3. Prueba que la hipérbola:  $16y^2 - 9x^2 = 20$  y la elipse:  $9x^2 + 4y^2 = 25$  tiene rectas tangentes que son perpendiculares en los puntos donde se intersecan.
4. Prueba que la recta normala través de cualquier punto sobre la circunferencia:  $x^2 + y^2 = R^2$  pasa por el origen. ( $R > 0$  dado)
5. Prueba que a través de NINGÚN punto sobre la curva:  $x^2 - 3xy + y^2 = 1$  se tiene una tangente horizontal.
6. Una partícula sobre el plano xy se mueve sobre la curva  $y = x^{\frac{1}{3}}$  en el primer cuadrante de tal modo que:  $\frac{dy}{dt} = 1$  cm/seg. Sea  $D = D(t)$  su distancia al origen al tiempo t. Determina  $\frac{dD}{dt}$  en el instante en el que la partícula pasa por el punto  $P_0(8, 2)$  ¿Se acerca o se aleja del origen?
7. Un observador se encuentra a 10 kilómetros de la base de lanzamiento de un proyectil en cual despega de forma vertical a una velocidad de 600 km/min. Si  $\theta$  denota el ángulo de visión entre el observador, la horizontal y el proyectil determina  $\frac{d\theta}{dt}$  un minuto después del despegue.
8. Dos barcos salen del mismo puerto. El barco "A" dirige al norte (N) con una velocidad de  $\sqrt{8}$  nudos por hora; mientras que el barco "B" se dirige al noreste (NE) a una velocidad de 8 nudos por hora y parte 15 minutos

$\left(\frac{1}{4}\right)$  de hora) después. Determina a que velocidad aumenta la distancia entre ellos cuando ha transcurrido una hora. (HAZ UN DIAGRAMA Y USA LA LEY DE LOS COSENOS)