

# Cálculo Diferencial e Integral I

## Laboratorio 7 - Repaso general

Primavera 2019 - ITAM

1. Obtén el conjunto solución de las desigualdades

a)  $|2x - 3| < |3x - 1|$

b)  $||x - 1| - |x + 1|| < 2$

c)  $\left| \frac{1}{x} - 1 \right| < \frac{1}{2}$

2. Determina el dominio de  $h(x) = f\left(\frac{1}{2 + |x - 1|}\right)$  si  $\text{Dom}(f) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$   
(Usa la definición)

3. Calcula:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|16 - x^2|}{x^3 - 64}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 1}{x^2 + 4x - 3}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - \sqrt{x^2 - x}}{-2x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{[x]}$

4. Supón que  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  es tal que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  existe. Prueba que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  existe.

5. Prueba rigurosamente ( $\varepsilon$  y  $\delta$ ) que:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x - 2} = 30$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + x} = 0$

c)  $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 1}$  es continua en  $x_0 = 2$

6. Supón que  $|f(x)| \leq 2x^2$  y que  $|g(x)| \leq \frac{1}{3 + x^4}$ . Construye un “sándwich” que te permita concluir que:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) = 0$

7. Supón que  $\lim_{x \rightarrow x_0} (2f(x) + 3g(x))$  existe y  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{g(x)}$  existe y es distinto de cero. Usa las reglas de los límites para probar que  $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x)$  existe. (Justifica los pasos)

8. Sea  $f : [0, 2] \rightarrow [0, 1]$  continua tal que  $f(1) \neq 1$ . Prueba que existen  $c_1 \in [0, 1]$  y  $c_2 \in [1, 2]$  tales que  $f(c_j) = 2c_j - c_j^2$  para  $j = 1, 2$ . (Considera  $g(x) = 2x - x^2$  y  $h = f - g$ ) (Dibuja)

9. Prueba que la ecuación:  $\cos(\pi x) = x^2 - 4$  tiene al menos 2 soluciones (pueden suponer que  $y = \cos(\pi x)$  es una función continua).