

Cálculo Diferencial e Integral I  
Departamento de Matemáticas, ITAM  
Segundo Examen Departamental  
Viernes 16 de noviembre del 2018  
20:00-22:00 hrs.



Nombre y cu: \_\_\_\_\_

1a	1b	2	3a	3b	4	5	6	7	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS  
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS  
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas  
Usa el reverso de cada hoja si es necesario  
Tiempo: 2:00 horas

.....

1. a) [1.0 ptos.] Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x + 5x^2}{\tan(4x)}$ .

b) [1.0 ptos.] A partir de la definición calcula  $f'(0)$  si  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1+x}}$ .

2. [1.0 ptos.] Supón que  $h(0) = h'(0) = 2$ ,  $f(2) = f'(2) = 3$  y  $g(0) = g'(0) = 4$ .  
Calcula:

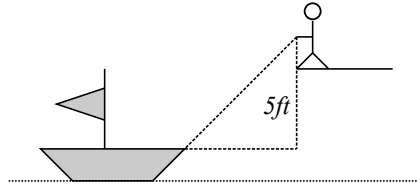
$$\left( \frac{gh}{f \circ h} \right)' (0).$$

3. a) [0.5 ptos.] Determina los puntos de intersección de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 8$  y la elipse  $x^2 + xy + y^2 = 12$ .
- b) [1.0 ptos.] Prueba que la circunferencia y la elipse son tangentes en dichos puntos.

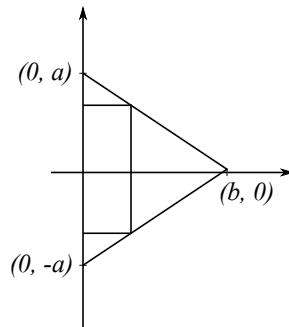
4. [1.5 ptos.] Sea  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continua en  $[0, 1]$  y diferenciable en  $(0, 1)$ . Supón que  $f(0) = 1$  y que  $f'(x) < -1$  para toda  $x \in (0, 1)$ . Prueba que existe  $d \in (0, 1)$  *única* tal que  $f(d) = d$ . *Sugerencia:* usa el TVM y el teorema de Bolzano.

5. [2.0 ptos.] Traza con todo detalle la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x}$ .

6. [1.0 ptos.] Un marino en un muelle jala una cuerda atada a la punta de un pequeño bote. Si sus manos están a una altura constante de 5 pies por encima del punto donde la cuerda esta sujeta al bote y si él esta recogiendo la cuerda a razón de 2 pies/seg ¿Qué tan rápido se aproxima el bote al muelle cuando falta por recoger 13 pies de cuerda?



7. Un triángulo tiene vértices en los puntos:  $(0, -a)$ ,  $(0, a)$  y  $(b, 0)$  con  $a$  y  $b$  números positivos dados. Determina el área máxima y las dimensiones (base y altura) de un rectángulo que puede inscribirse en el triángulo.





Hoja extra