

Cálculo Diferencial e Integral I
Departamento de Matemáticas, ITAM
Primer Examen Departamental
Sábado 6 de octubre del 2018
08:00 - 10:00



Nombre y cu: _____

1	2	3a	3b	4a	4b	5	6a	6b	7a	7b	Total

.....

JUSTIFICA CON DETALLE TUS RESPUESTAS
LEE CON CUIDADO LOS ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS
NO se permiten libros, apuntes, calculadoras, celulares o tabletas
Usa el reverso de cada hoja si es necesario

.....

1. [1.0 ptos.] Determina el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$$-1 \leq \frac{1}{x^2 - x} < \frac{1}{2}.$$

2. [1.0 ptos.] Obtén el dominio de: $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-3}{\sqrt{x^3-25x}}$.

3. Calcula:

a) [1.0 ptos.] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3 - \sqrt{3x}}$.

b) [1.0 ptos.] $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{16 - x^2}{|5x + 20|}$.

4. Calcula, si existen,

a) [1.0 ptos.] $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - x^2}}$.

b) [1.0 ptos.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 5x + 9} + (x - 3) \right)$.

5. [0.5 ptos.] Supón que $|f(x) - f(x_0)| < 2|x - x_0|^2$ para todo $x \neq x_0$. Prueba que $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ existe.

6. [2 ptos.]

a) [0.5 ptos.] Escribe la definición formal (ε y δ) correspondiente a la afirmación: “ f es continua en x_0 ”

b) [1.0 ptos.] Prueba rigurosamente que $f(x) = \sqrt{2x + 3} - x$ es continua en $x_0 = 3$.

7. a) [1.0 ptos.] Sea $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua. Prueba que existe $c \in [0, 1]$ tal que: $f(c) = f(f(c))$.

b) [1.0 ptos.] Sea $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ continua tal que $f(0) = 1$ y $f(1) = 0$. Prueba que si $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es cualquier función continua entonces existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = g(c)$.

Hoja extra