# Cálculo Diferencial e Integral I

Laboratorio 15 - Repaso general

Otoño 2018 - ITAM

1. Resuelve

    a) $\frac{x}{x+2} \geq 2x$
    b) $|x+7| < 2|x-3|$
    c) $\frac{x^2-x-12}{1-x^2} < 0$

2. Obtén $Dom(g)$ si $g(x) = f(x+\frac{1}{3}) - f(2x-1)$ y $Dom(f) = (-1, 2]$

3. Calcula:

    a) $\lim\limits_{x\to 0^-} |x|\sqrt{\frac{4}{x^2} - 1}$
    b) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\frac{x}{x^2-1} - \frac{1-x}{4x}}$
    c) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2(1-\cos(\frac{1}{x}))$
    d) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(3x)-\tan(2x)}{\tan(x)}$

4. Calcula $f'(0)$ si
$$f(x) = \begin{cases} \frac{sec(x)-1}{x} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

5. Obtén $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=1}$ si $y = \left(\frac{1-x^{-1/2}}{1+x^{1/4}}\right)^4$

6. Prueba que la ecuación $x^2 = \cos(x)$ tiene **exactamente dos** soluciones en $\mathbb{R}$.

7. Supón que $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ son continuas en $[a,b]$ y diferenciables en $(a,b)$. Si $f(a) < g(a)$ y $f(b) > g(b)$ enonces existe $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) < g'(c)$.

8. Obtén la linearización de $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ alrededor de $x_0 = 0$ y úsalo para aproximar $f(0.01)$.

9. El <u>lado</u> de un triángulo equilátero se <u>expande</u> a razón de 1 cm/seg. Supón que el triángulo no pierde la forma, determina la tasa con la que crece su <u>área</u> en el momento en el que el lado del triángulo mide 10 cm.

10. Obtén el <u>máximo</u> y <u>mínimo</u> de $f(x) = \cos(2x) - 2\cos(x)$ en $(-\infty, \infty)$ así como <u>todos</u> los puntos donde se alcanzan.

11. Usar TVM para integrales

    a) Supón que si $f : [1,3] \to \mathbb{R}$ es continua y $\displaystyle\int_1^3 f(x)dx = 8$ entonces existe $c \in [1,3]$ tal que $f(c) = 4$.

    b) Sean $f, g$ continuas en [a,b] y tales que $\displaystyle\int_a^b |f(x) - g(x)|dx = 0$. Prueba que existe $c \in [a,b]$ tal que $f(c) = g(c)$

12. Calcula el área de la región R delimitada por:

    a) La curva $y = \cos(\frac{\pi}{2}x)$ y $y = 1 - x^2$ en el primer cuadrante.

    b) La recta $y = 0$ y la curva $x\sqrt{1 - x^2}$

    c) La curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $x + y = 6$ (divide en regiones)